



ARTINFO MUSINFO

— UNIVERSITÉ PARIS VIII —
INSTITUT D'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE
GROUPE D'INFORMATIQUE MUSICALE
BULLETIN TECHNIQUE #12

+++++
+ UNE FORMALISATION DES COULEURS / PREMIERE PARTIE +
+++++

PROPOSITION-

On peut difficilement parler de langage pictural, tant d'un point de vue sémantique que de celui de la syntaxe. Il semble actuellement que toute tentative développée dans ce sens aboutirait à ne décrire que l'activité d'une école ou d'un seul peintre, et plus vraisemblablement, la vision de certains esprits excessivement formalisateurs.

La proposition qui est faite ici, beaucoup moins ambitieuse, est celle d'un peintre qui tend à préciser son vocabulaire de base.

L'étude ne va donc atteindre que le niveau inférieur de l'organisation spatiale, l'oeuvre picturale étant considérée comme une concaténation dans deux dimensions d'éléments qui apparaîtront avec leurs caractéristiques spécifiques et des données métriques.

Il s'agit donc dans un premier temps d'étudier les atomes qui seront des points de couleur; on pourra prendre par exemple comme définition du point la plus petite surface identifiable dans les conditions finales de perception. Ensuite, on pourra construire des molécules avec ces atomes qui soit, pour être utilisables de façon souple, ne présenteront pas de caractéristiques métriques intrinsèques, soit pourront se développer dans tout le domaine et, si l'on veut, s'y mouvoir.

UNE FORMALISATION DE LA COULEUR-

Il importe de représenter l'objet "couleur" par un autre qui soit maniable, donc de préférence un être mathématique connu ou à construire.

Pour qu'une formalisation soit justifiée, il faut conserver à l'objet l'ensemble des règles d'un domaine choisi, par exemple, l'optique physique pour les rayonnements colorés. Dans le domaine artistique, l'éventail des possibilités est infini, puisqu'à la limite, on peut formaliser un objet plastique ou musical par n'importe quoi et lui appliquer n'importe quelles règles. En fait, au niveau où nous nous plaçons, le domaine privilégié est celui de la perception et les physiciens nous tendent la perche, qui ne veulent parler que de sensation colorée.

Les règles choisies doivent être limitées à un point de vue assez général pour éviter de figer l'objet représenté dans une esthétique limitée, qui ne pourrait subir aucune évolution. Il ne faut pas attendre la formalisation miracle qui déterminerait tout; elle ne permettrait que la fabrication d'un petit nombre d'oeuvres sans doute semblables. Klee disait "Précieuse est la connaissance des lois, à condition de se garder d'un schématisme confondant loi nue et réalité vivante".

Le seul intérêt de notre tentative est de pouvoir éventuellement fournir un élément utilisable dans une formalisation analytique d'oeuvres plastiques; que les outils proposés soient triviaux mathématiquement serait plutôt une justification de cette étude. Le vrai problème, suffisamment complexe, se situe dans les rapports des différents composants de l'oeuvre.

LUMINOSITE-VALEUR-

Deux rayonnements sont chromatiquement équivalents s'il produisent les mêmes sensations de luminosité, de teinte et de pureté.

La luminosité d'une surface est le produit du flux lumineux incident par son facteur de diffusion. Il s'agit donc d'un paramètre indépendant du caractère coloré de la surface et donc applicable à une surface grise, qu'il caractérise entièrement. Le peintre ne pourra jouer que sur le facteur de diffusion auquel correspondra le paramètre "valeur" que nous allons définir.

Un noir parfait diffuserait 0% de la lumière incidente, un blanc parfait 100%; en fait, un colorant que nous nommerons blanc a un facteur de diffusion de 90%, un colorant noir 5%. Ces colorants ont un caractère "absolu" du point de vue de la sensation qu'ils produisent et nous pouvons les combiner pour obtenir l'échelle de toutes les valeurs que nous pourrions percevoir.

La loi de Fechner: "la sensation croît comme le logarithme de l'excitation" s'applique convenablement à la luminosité et si on veut une gamme à intervalles égaux, on prendra une suite arithmétique des logarithmes des facteurs de diffusion.

Pour le colorant blanc:

$$\log(90) = 1,95$$

Pour le colorant noir:

$$\log(5) = 0,70$$

Si on choisit une gamme de 10 valeurs:

$$(1,95-0,70)/10 = 0,125$$

0,125 est le pas de la suite arithmétique des facteurs de diffusion des gris successifs. La valeur, paramètre retenu sera liée à cette suite par une loi linéaire telle que la valeur du noir soit 0 et celle du blanc 10.

Valeur	facteur de diffusion	log(f)
0	5	0,700
1	7	0,825
2	9	0,950
3	12	1,075
4	16	1,200
5	21	1,325
6	28	1,450
7	38	1,575
8	50	1,700
9	67	1,825
10	90	1,950

La loi se formule ainsi:

$$v = 8(\log(f)-0,7)$$

Et inversement:

$$f = 10^{(v/8+0,7)}$$

La valeur d'une couleur s'obtiendra donc par comparaison avec la gamme des gris, ou par mesure directe du facteur de diffusion à l'aide d'un dispositif photométrique approprié.

FACTEUR DE PURETE-

Avec un colorant à saturation, on peut obtenir toute la gamme des valeurs supérieures en augmentant la luminosité et toute la gamme des valeurs inférieures en la diminuant; on dira dans ce cas qu'on a les valeurs de la teinte donnée avec le maximum de pureté. Si on prend un colorant de base d'une valeur différente de celle de la saturation, on obtient des gammes de couleurs dites "cassées".

Pour nous, ce paramètre facteur de pureté, que nous ne précisons pas, sera laissé de côté dans un premier temps, étant entendu qu'ainsi isolé, il pourra être réintroduit sans remise en question des résultats obtenus sur la teinte et la valeur. Ce qui suit devra donc être entendu "au facteur de pureté près".

STRUCTURE-

Nous nous proposons de donner une structure algébrique à l'ensemble E des sensations colorées définies par une teinte et une valeur.

On dira que deux couleurs sont liées par la relation R si elles ont la même teinte quelles que soient leurs valeurs; on écrira aRb . Vérifions qu'il s'agit d'une relation d'équivalence.

- Elle est réflexive: aRa
- Elle est symétrique: $aRb \Rightarrow bRa$
- Elle est transitive: aRb et $bRc \Rightarrow aRc$

On peut donc définir la classe d'équivalence d'une couleur a; on dira que a et b sont équivalents modulo R; pour simplifier l'écriture, on écrira $a = b$ en spécifiant qu'il ne s'agit pas de l'identité dans E mais dans E/R ensemble des classes d'équivalence de E.

Nous allons définir une opération qui permet d'obtenir une couleur c à partir de deux autres a et b; un moyen expérimental possible pour sa réalisation est le disque de Maxwell.

On commence par ramener les deux couleurs à une même valeur et peindre avec les colorants ainsi trouvés, les deux moitiés d'un disque; celui-ci en tournant créera la sensation d'une couleur, de même valeur que les composantes, qui par définition sera le résultat c de notre opération.

L'expérience montre que quelle que soit la valeur commune choisie pour les représentants de a et b , le résultat c a la même teinte; on a donc défini une opération interne dans l'ensemble E/R .

On notera: $c = a \& b$

Énumérons les propriétés de cette loi de composition entre teintes.

-Nous avons vu que c'est une loi interne toujours définie.

-Elle est commutative: $a \& b = b \& a$

-Il existe un élément neutre n ; n est la classe d'équivalence attachée à la teinte grise (ou noire, ou blanche): $a \& n = n \& a = a$

-Pour tout élément a , il existe un symétrique a' , c'est la teinte complémentaire: $a \& a' = a' \& a = n$

-Tout élément est idempotent: $a \& a = a$

-On vérifie que la loi n'est pas associative: $(a \& b) \& c$ est en général différent de $a \& (b \& c)$. Essayons d'expliquer cela à l'aide d'un exemple assez particularisé:

(violet & vert) & vert = bleu & vert = vert bleu

violet & (vert & vert) = violet & vert = bleu

Cela semble contrarier le sens habituel que nous donnons au mélange aditif des couleurs, par exemple trois points colorés de même surface, deux verts et un violet ou trois rayons lumineux de couleur juxtaposés. Ces cas, pour lesquels l'associativité est une propriété évidente font intervenir la luminosité car on combine en fait un vert de luminosité 2 (ou occupant la surface 2) avec un violet de luminosité 1. La loi $\&$ utilise l'addition optique, mais ne se confond pas avec elle puisqu'elle opère entre teintes et ne doit donc pas faire intervenir les valeurs.

Dire qu'un ensemble est isomorphe à un autre, c'est trouver une application bijective entre les éléments de ces ensembles et deux lois internes telles que le composé de deux éléments d'un ensemble et le composé des deux éléments correspondants de l'autre ensemble se correspondent par l'application. On démontre que les deux lois donnent aux deux ensembles une même structure algébrique.

Pour formaliser les teintes, nous allons proposer un ensemble qui muni d'une certaine loi a la même structure que E/R. Il restera à vérifier l'isomorphisme, ce qui ne pourra se faire que par expérimentation.

Soit F l'ensemble des vecteurs normés du plan, c'est à dire de longueur unitaire et du vecteur nul. Soit T l'opération qui compose les vecteurs V_1 et V_2 pour donner V_3 tel que:

$$V_3 = V_1 T V_2 = \begin{cases} (V_1 + V_2) / |V_1 + V_2| & \text{si } V_1 + V_2 \neq 0 \\ 0 & \text{si } V_1 + V_2 = 0 \end{cases}$$

-La loi est interne puisque V_3 est normé et dans le plan.

-Elle est évidemment commutative.

-Le vecteur nul 0 est élément neutre: $V T 0 = V$

-Le vecteur $-V$ est la symétrique de V .

-Tout élément est idempotent: $V T V = (V + V) / |V + V| = 2V/2 = V$

-Le développement du calcul de la relation d'associativité montre qu'en général, elle n'est pas vérifiée.

On peut représenter l'ensemble F en plaçant les origines des vecteurs en un point donné; le lieu des extrémités est le cercle de rayon 1 centré en ce point, plus le centre. A la suite de nombreuses expérimentations, dont on peut vérifier la validité à l'aide du dispositif de Maxwell, Rood a réparti les teintes sur un cercle dit cercle chromatique de telle sorte que l'opération T pour les vecteurs et l'opération & pour les couleurs définissent un isomorphisme entre F et E/R. Des calculs effectués sur la base du système trichromique confirment par ailleurs ce résultat.

PREMIERES CONSEQUENCES-

Il peut paraître trivial d'avoir retrouvé une notion aussi vieille et connue que celle du cercle chromatique; aussi, il convient de faire un bilan de notre acquit.

Les teintes complémentaires se trouvent diamétralement opposées sur le cercle et on retrouve la même succession que dans la décomposition spectrale de la lumière blanche; mais cela ne suffirait pas à placer précisément une teinte donnée.

On peut définir des relations précises entre teintes, par exemple sous la forme d'une distance angulaire. Or certaines de ces relations sont perceptibles, ainsi si on réalise une suite arithmétique de teintes, c'est à dire avec une distance angulaire constante entre deux teintes consécutives. On peut également distinguer des relations ternaires, par exemple: deux teintes séparées par celle correspondant à la bissectrice de l'angle aigu qu'elles déterminent (harmonie consonnante) ou bien par celle correspondant à l'angle obtus (harmonie dissonnante).

On pourrait multiplier les exemples et fonder un mode de fabrication d'œuvres à partir de micro-harmonies, le mot harmonie ayant le sens large de relation connue entre surfaces colorées. Notons que pour suivre une telle voie, il est pratique de diviser le cercle en N teintes équidistantes de leurs voisines et numérotées de 0 à $N - 1$. On calcule alors sur le groupe des entiers modulo N .

Une autre voie consiste en une conception globale de l'œuvre picturale. La formalisation proposée s'y prête puisqu'elle permet de considérer un tableau comme un champ vectoriel plan. On s'ouvre alors à un domaine très vaste et bien connu des mathématiques appliquées puisqu'il touche la mécanique, l'électricité, l'hydraulique etc... La démarche esthétique se schématise alors en une représentation colorée de lois mathématiques; le peintre ayant encore le choix de certaines conditions aux limites, qui si elles ne se formalisent pas à l'aide de lois simples, rendront nécessaire un traitement sur ordinateur utilisant les méthodes classiques de l'analyse numérique.

(à suivre)

Gilbert DALMASSO - Gilles ANDRIVET

```

*****
*                                     *
*   DEUX PROGRAMMES D'EDITION       *
*                                     *
*   DE MUSIQUE                       *
*                                     *
*****

```

A quoi serviraient des moyens de calcul très rapides si la transcription des résultats d'un programme devait se faire à la main, avec les risques d'erreurs et la perte de temps conséquents ?

Un problème classique qui se pose aux musiciens-informaticiens débutants est de préférer aux longs et fastidieux transcodages (passage de colonnes de chiffres imprimés à une notation sur portée) l'impression d'une partition sur portée directement interprétable. Le résultat, parfois un peu incomplet étant donné les limites de la machine à écrire, peut alors être complété à peu de frais (lignes des portées, crescendos etc.).

Nous proposons ici deux programmes destinés à faciliter l'abord de ces problèmes : le premier (SORTIE 1 SUR PORTEE, G.DALMASSO), facilement abordable, montre le mécanisme simple utilisable pour imprimer une portée à partir d'un vecteur contenant, sous forme codée, une mélodie écrite en valeurs égales, en gérant soi-même les buffers de sortie ; le second (PROGRAMME D'ECRITURE MUSICALE, G.ANDRIVET), un peu plus compliqué, résout de surcroît les problèmes de durées et de superposition des voix.

-:-:-:-:-:-:-

- SORTIE 1 SUR PORTEE -

On lit la marge (MARGE) à partir de laquelle la portée doit être imprimée. On lit le vecteur contenant la mélodie codée (MEL).

On range dans un tableau de travail (TRAV) l'équivalent du contenu de MEL sous forme de notes identiques rangées selon leurs hauteurs (une note par ligne du tableau TRAV, la colonne remplie correspondant à la hauteur de la note).

On écrit les repères de portées sous forme de lettres 'T' superposées.

On passe de TRAV au buffer de sortie BUF selon la marge choisie (à chaque fois une ligne de TRAV est transférée dans BUF et imprimée).

L'extension à plusieurs mélodies se fait sans difficultés (voir le programme SORTIE 2 SUR PORTEES). De la même façon, on pourra faire un programme d'édition pour un nombre variable de voix (dans les limites de la taille du papier), le nombre de voix pouvant être mis en données.

-:-:-:-:-:-:-

- PROGRAMME D'ECRIURE MUSICALE -

Aux Musiciens.

Ce programme prétend aligner sur une portée traditionnelle un certain nombre de notes. Il tient à conserver la représentation classique et scolaire d'une succession de sons... Aussi mauvaise soit-elle !

Aux Informaticiens.

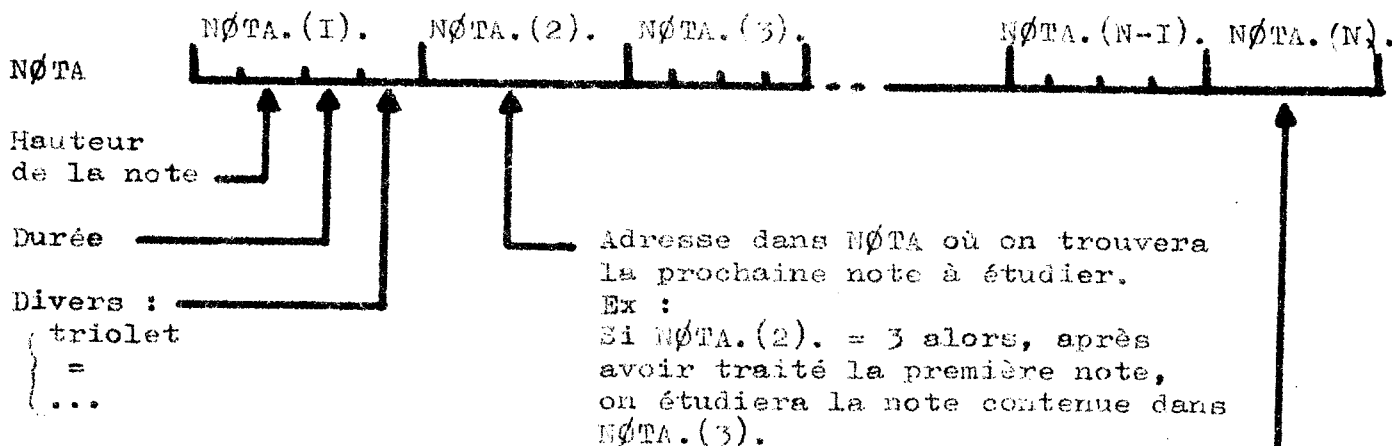
Le but n'est pas de pondre un programme performant. La place mémoire ne manque pas, elle est largement utilisée pour faciliter la compréhension du listing.

-:-:-:-:-

Les Entrées.

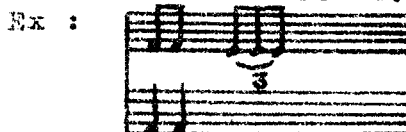
Il n'est pas question de faire entrer des alpha du type " DO ", " NOIRE ", ou " TRIOLET " dans la machine. Surtout en Algol 60. Les chiffres seront donc utilisés en données. Comment les organiser en mémoire ?

Deux tableaux NØTA et NØTB(si on veut sortir deux portées), qui auront une structure de ce modèle :



Très important. $NØTA.(N-1). = 0$
 $NØTA.(N). = N-1$

Cette note nulle nous servira pour équilibrer la répartition des notes dans une même mesure.



La seconde noire de la deuxième portée devrait coïncider avec la première croche du triolet.

Même représentation pour NØTB.

La note s'écrira donc de la façon suivante :

Ex : 042I_3

Soit

04c'est un FA

2c'est une noire

Ic'est un dièse

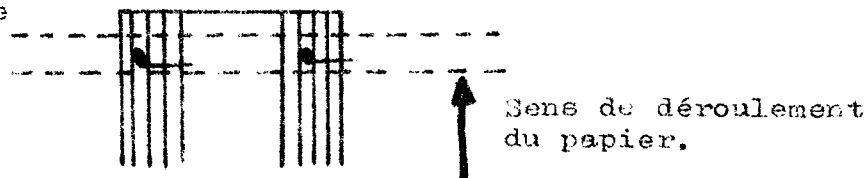
3la note suivante est en NØTA.(3).

Les Sorties.

La machine à écrire n'étant pas adaptée à l'écriture musicale, il a fallu user de certains stratagèmes.

- Écriture verticale des portées.

Ce qui implique, sur une même ligne, l'écriture d'un fragment de chaque portée



- Écriture en rouge des dièses.

- Utilisation d'une mémoire tampon, qui chargera une ligne complète et la videra sur le papier.

Les Déclarations.

On ne lésine pas sur les paramètres.

-A;B;C;D-

La note est donc un nombre dont seuls les composants nous intéressent. Il faut les décoder.

En reprenant l'exemple du 042I_3, les valeurs respectives de hauteur, durée, divers, adresse de la note suivante, seront retrouvées par la procédure ABC.

A = Hauteur

B = Durée

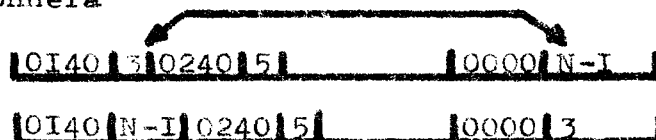
C = Divers

D = Adresse de la note suivante

Une permutation entre les 'D' de la note en lecture et de la dernière note (0000) du tableau, va être utilisée.

Ce qui donnera

Ex :



Ayant lu et écrit la note 0I40, on étudiera la note d'adresse N-I soit 0000, donc aucune note écrite.

Par ce jeu de permutation d'adresse, il sera possible de rendre lisible et correct les écritures musicales.

Le paramètre k indiquera s'il y a eu déjà permutation :

Si K = 0 Aucune permutation

Si K = 1 Permutation sur NØTA

Si K = 2 Permutation sur NØTB

K sera testé avant toute attaque sur une note suivante.

-M,N-

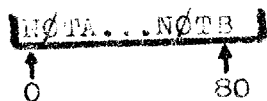
Compteurs, respectivement de NØTA et NØTB, qui comptabilisent le nombre de temps dans chaque portée.

Si M est supérieur à N, il faudra faire une permutation du type étudié ci-dessus, sur NØTA, de façon à rechercher l'équilibre M égal N.

Idem si N supérieur à M.

-Y-

Paramètre utilisé dans le remplissage du buffer.
Ce buffer est rempli par



Y varie de 0 à la moitié du buffer pour NØTA, l'autre moitié pour NØTB.

-X-

Compteur permettant de savoir si on travaille sur NØTA ou sur NØTB.

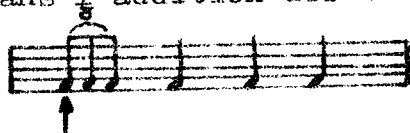
-Z-

Paramètre d'incrémentation dans un certain nombre de boucles 'POU'. Utilisé aussi pour indiquer une impression en rouge.

-E,F-

Pour définir ces paramètres, il faut préciser l'étude des triolets. Mathématiquement $3=2$ est surprenant. Il suffit d'affecter à la première note d'un triolet un coefficient $C=2$, qui impliquera un saut dans l'addition des temps dans la mesure.

Ex :



Dans la mesure, la valeur en temps de cette note sera considérée comme nulle : on retrouvera alors $2=2$.

Ici intervient E (pour NØTA); un triolet sans le petit $\frac{3}{}$, n'est pas un triolet; test sur E; c'est à dire sur le C de la note précédente.

En quelque sorte $E:=C$ si $C=2$
à la note suivante test sur E;

Idem pour F.

-I,J-

L'incrémentation, ou l'avance sur NØTA étant différente de celle de NØTB, I et J seront respectivement les indices de ces tableaux.

Les Procédures.

ZOZO et PRINT.

Ouverture et fermeture d'impression en rouge. Suivant la valeur de C, on appelle ZOZO avec $Z:=1$.

Suivant la valeur de Z, on appelle PRINT, avec $Z:=0$.

PLUS et TEST

Procédures d'incrémentation de M et N, d'après la valeur de C.
Si $C=2$ première note d'un triolet : aucune incrémentation.

ABC

Procédure qui décode les significatifs de chaque note.

ECR

En appelant ECR, on vide le buffer suivant son contenu numérique, en transformant ces chiffres en caractères graphiques.

FORT et FORTU.

Impression du cadrage de la portée sur le papier.

Les Etiquettes.

E1:

Départ de l'étude et écriture d'une ligne complète.

E2:

Renvoi pour le décodage, sur une même ligne, de la deuxième portée.

E6: E10: et E11:

Etiquettes facilitant une série de test sur X et C.

E7:

Utilisé pour sauter la permutation dans NØTA ou NØTB si K:=0.

E8:

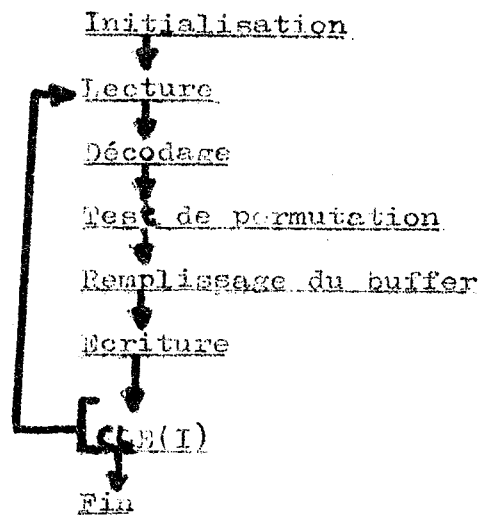
Evite la permutation dans NØTA ou NØTB si N=M.

E9:

Etiquette de fin de programme si CLR(I).

---:---:---:---:---

ORGANIGRAMME DES FONCTIONS



```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
*                                     *
*          SORTIE 1 SUR PORTEE          *
*                                     *
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

```

1
2   'DEB'
3   'COM' SORTIE1;
4
5   'ENT' I, J, K, MARGE;
6   'ENT' 'TAB' MEL.(1:30)., BUF.(1:70)., TRAV.(1:30,1:8).;
7
8   'COM' LECTUREDES DONNEES;
9   LIRC(MARGE); LIRTC(MEL);
10
11  'COM' INITIALISATIONDE STABLEAUX;
12  'POU' I:=1 'PAS' 1 'JUS' 30 'FAI'
13  'POU' J:=1 'PAS' 1 'JUS' 8 'FAI'
14  TRAV.(I, J).:=0;
15  'POU' J:=1 'PAS' 1 'JUS' 70 'FAI'
16  BUF.(J).:=0;
17
18  'COM' PASSAGEDE MELA TRAV;
19  'POU' I:=1 'PAS' 1 'JUS' 30 'FAI'
20  TRAV.(I, MEL.(I).).:=1;
21
22  'COM' ECRITUREDES REPERES;
23  'POU' K:=MARGE+1 'PAS' 2 'JUS' MARGE+9 'FAI'
24  BUF.(K).:=3;
25  'POU' K:=1 'PAS' 1 'JUS' 70 'FAI'
26  'SI' BUF.(K). 'EG' 3 'ALO' EXL(°T@)' SIN' EXL(° @); IMPR;
27
28  'COM' PASSAGEDE TRAVABUFET IMPRESSION;
29  'POU' I:=1 'PAS' 1 'JUS' 30 'FAI' 'DEB'
30  'POU' J:=1 'PAS' 1 'JUS' 70 'FAI'
31  BUF.(J).:=0;
32  'POU' J:=1 'PAS' 1 'JUS' 8 'FAI'
33  'SI' TRAV.(I, J). 'EG' 1 'ALO' BUF.(MARGE+J).:=1;
34  'POU' K:=1 'PAS' 1 'JUS' 70 'FAI'
35  'SI' BUF.(K). 'EG' 1 'ALO' EXL(°O@)' SIN' EXL(° @);
36  IMPR;
37  'FIN'; 'FIN' #
38

```

```

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
*          DONNEES          *
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

```

20

```

1 2 5 3 4 6 8 7 5 3 2 5 6 8 7 5 4 2 3 5
6 8 5 4 2 1 3 5 7 8

```

```

*****
*
*      PROGRAMME D ECRITURE MUSICALE
*
*****

```

```

1  'DEB'
2  'ENT'A,B,C,D,E,F,I,J,K,M,N,X,Y,Z;
3
4  'ENT'TAB'NOTA,NOTB.(1:90).,BUF.(0:40).;
5
6  'PRO'PRINT(X1); 'ENT'X1; 'DEB''SI'X1'EG'1'ALO'
7  EXL(°$@)'FIN';
8
9  'ENT''PRO'PLUS(X1,X2,X3,X4); 'ENT'X1,X2,X3,X4; 'DEB'
10 'SI'X1'EG'1'ALO'X2:=X2+X4'SIN'
11 'SI'X1'EG'2'ALO'X3:=X3+X4'FIN';
12
13 'PRO'ABC(X1,X2,X3,X4,X5,X6); 'ENT'X1,X2,X3,X4,X5,X6;
14 'DEB'X1:=X4%X5; X2:=(X4-(X1*X5))%X6;
15 X3:=X4-((X1*X5)+(X2*X6))'FIN';
16
17 'PRO'ECR(X1); 'ENT'X1; 'DEB'
18 'SI'X1'EG'0'ALO'EXL(° @)'SIN'
19 'SI'X1'EG'1'ALO'EXL(°*@)'SIN'
20 'SI'X1'EG'2'ALO'EXL(°*@)'SIN'
21 'SI'X1'EG'3'ALO'EXL(°-@)'SIN'
22 'SI'X1'EG'4'ALO'EXL(°0@)'SIN'
23 'SI'X1'EG'5'ALO'EXL(°,@)'SIN'
24 'SI'X1'EG'6'ALO'EXL(°)@)'SIN'
25 'SI'X1'EG'7'ALO'EXL(°W@)'FIN';
26
27 'PRO'PORT; 'DEB''ENT'X1;
28 ESPACE(1); 'POU'X1:=1'PAS'1'JUS'5'FAI'
29 EXL(° T@); ESPACE(8)'FIN';
30
31 'PRO'ZOZO(X1); 'ENT'X1;
32 'DEB'EXL(°#@); X1:=1'FIN';
33
34 'PRO'TEST(X1,X2,X3,X4,X5,X6); 'ENT'X1,X2,X3,X4,X5,X6;
35 'DEB''SI'X1'EG'0'ALO'PLUS(X2,X3,X4,X5)'SIN'
36 'SI'X1'EG'1'ALO''DEB'PLUS(X2,X3,X4,X5); ZOZO(X6)'FIN'
37 'FIN';
38
39 E:=F:=N:=M:=K:=0; I:=J:=1;
40 LIRTC(NOTA); LIRTC(NOTB); PORT; PORT;
41 EXL(°%@); IMPR;
42 E1:
43 'POU'Z:=1'PAS'1'JUS'40'FAI'BUF.(Z).:=0;
44 'SI'N'EG'8'ET'M'EG'8'ALO''DEB'PORT; PORT;
45 EXL(°%@); IMPR; N:=M:=0'FIN';
46 ABC(A,B,C,NOTA.(I).,100,10);
47 X:=1; Y:=0;
48 E2:
49 BUF.(A+Y).:=B;
50 'POU'Z:=Y+1'PAS'1'JUS'Y+20'FAI''DEB'

```

```

51 'SI'BUF.(Z).'EG'1'OU'BUF.(Z).'EG'2'OU'BUF.(Z).'EG'
52 4'ALO' 'DEB'
53 BUF.(Z+1).:=BUF.(Z+2).:=BUF.(Z+3).:=3'FIN';
54 'SI'BUF.(Z).'EG'1'ALO'BUF.(Z+4).:=5;
55 'SI'
56 (BUF.(Z).'EG'1'OU'BUF.(Z).'EG'2)'ET'Z'INF'33'ET'
57 ((X'EG'1'ET'
58 (E'EG'2'OU'E'EG'3)))'OU'
59 (X'EG'2'ET'
60 (F'EG'2'OU'F'EG'3)))
61 'ALO' 'DEB'
62 BUF.(Z+6).:=6;BUF.(Z+7).:=7;E:=F:=0'FIN' 'FIN';
63 'SI'X'EG'2'ALO' 'ALL' E10;
64 'SI' C'EG'2'OU' C'EG'3'ALO'
65 E:=C; 'ALL' E11;
66 E10:
67 'SI' C'EG'2'OU' C'EG'3'ALO'
68 F:=C; E11:
69 TEST(C,X,N,M,B,Z);
70 'POU' D:=Y+1'PAS'1'JUS'Y+19'FAI'
71 ECR(BUF.(D).);
72 X:=X+1;
73 'SI' X'DIF'2'ALO' 'ALL' E6;
74 ABC(A,B,C,NOTB.(J).,100,10);
75 Y:=20;
76 PRINT(Z);
77 'ALL' E2;
78 E6:
79 IMPR;
80 'SI' K'INF'1'ALO' 'ALL' E7;
81 'SI' K'EG'1'ALO' 'DEB'
82 I:=NOTA.(I+1).-2;NOTA.(I+1).:=I+2;NOTA.(90).:=89'FIN';
83 'SI' K'EG'2'ALO' 'DEB'
84 J:=NOTB.(J+1).-2;NOTB.(J+1).:=J+2;NOTB.(90).:=89'FIN';
85 K:=0;
86 E7:
87 'SI' N'EG'M'ALO' 'ALL' E8;
88 'SI' N'SUP'M'ALO' 'DEB'
89 D:=NOTA.(I+1).;NOTA.(I+1).:=89;NOTA.(90).:=D;K:=1'FIN';
90 'SI' M'SUP'N'ALO' 'DEB'
91 D:=NOTB.(J+1).;NOTB.(J+1).:=89;NOTB.(90).:=D;K:=2'FIN';
92 E8:
93 I:=NOTA.(I+1).;
94 J:=NOTB.(J+1).;
95 'SI' CLE(1)'ALO' 'ALL' E9;
96 PRINT(Z); 'ALL' E1;
97 E9:
98 PRINT(Z);
99 EXL(° = = = = = = = = @); IMPR
100 'FIN' #

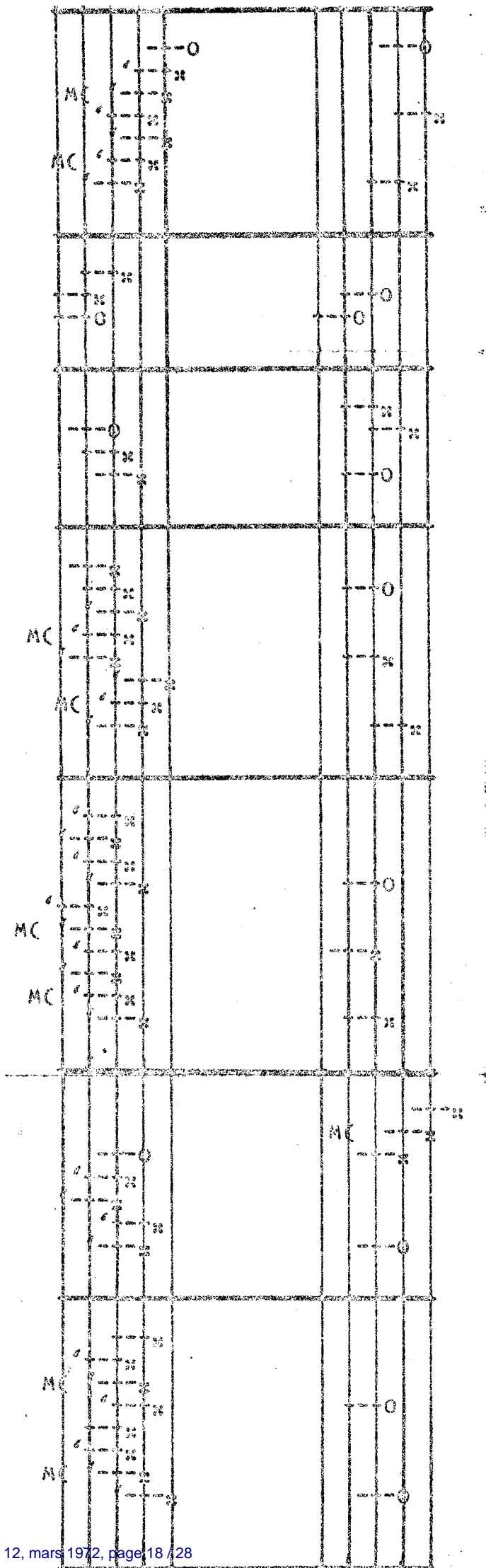
```

101

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
 * DONNEES *
 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

540 3 641 5 540 7 522 9 320 11 120 13 62
 0 15 720 17 640 19 420 21 620 23 640 25
 641 27 421 29 620 31 840 33 640 35 420 3
 7 220 39 340 41 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89
 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89
 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89 0 89
 0 89 0 89 0 89 0 89

312 3 510 5 610 7 621 9 412 11 510 13 61
 1 15 420 17 510 19 410 21 710 23 610 25
 540 27 512 29 610 31 710 33 612 35 710 3
 7 810 39 510 41 610 43 710 45 610 47
 512 49 410 51 310 53 712 55 610 57 510 5
 9 620 61 720 63 521 65 620 67 740 69
 840 71 820 73 620 75 512 77 410 79 310 8
 1 412 83 310 85 210 87 140 89 000 89



 * LA COURBE DU DRAGON *

La courbe dite "du dragon" a été découverte par John E. HEIGHWAY, physicien de la N.A.S.A.(1). C'est par pliage d'une feuille de papier que HEIGHWAY put repérer cette courbe dont l'utilisation à des fins plastiques est à l'heure actuelle relativement courante (2).

Il est clair que cette courbe ne représente, en elle même, qu'une singulière curiosité combinatoire. Son réel intérêt plastique consistera à servir de support à des développements :

- soit purement géométriques (placement de figures élémentaires sur les points remarquables de la courbe : c'est le cas des oeuvres de H.W.FRANKE).
- soit dynamiques : la courbe devient une trame initiale de déplacements, permettant un développement semi-improvisé (3). On touche ici à un domaine d'activité encore relativement inédit : celui de l'improvisation graphique avec table traçante, singulier exemple de dialogue homme-machine.

L'art japonais de l'ORIGAMI (pliage de papier) n'étant guère approprié au traitement par ordinateur, on aura recours à un mode de formation plus formel de cette courbe. On définira au préalable des "suites-dragon" auxquelles une interprétation simple associera les courbes correspondantes.

 (1) : référence : Scientific American Mars/Avril 1967.

(2) : Herbert W.FRANKE, artiste ouest-allemand, utilise systématiquement cette courbe comme support formel de développement plastique. On pourra juger de son efficacité par l'oeuvre reproduite dans Computers and Automation Août 1971.

(3) : cf la série des FLEURS-DRAGON (P.GREUSSAY & H.PALMIER) oeuvres commandées pour l'exposition "Rencontres d'Art et Informatique", Le Havre, Avril 1972.

On se donnera un monoïde libre à deux générateurs et les deux applications suivantes :

- étant donné la suite $m \in \{0,1\}^*$ on définit l'application MIR qui en livre la suite-miroir

exemple : si $m = 10011$ alors $MIR(m) = 11001$

- l'application DEL : $\{0,1\} \leftrightarrow \{0,1\}$ telle que $DEL(0) = 1$, $DEL(1) = 0$ et on étend l'application aux suites sur $\{0,1\}^*$

exemple : $DEL(011) = 100$

La suite-dragon d'ordre n sera alors définie par les équations :

$m_0 = e$ (la suite nulle)

$m_{i+1} = m_i \ 1 \ DEL(MIR(m_i))$

exemple :

- $m_0 = e$
- $m_1 = 1$
- $m_2 = 110$
- $m_3 = 1101100$
- $m_4 = 110110011100100$
- $m_5 = m_4 \ 1 \ DEL(MIR(m_4))$
- etc.

Il est clair que la suite-dragon d'ordre n sera de longueur $2^n - 1$.

En machine, la formation des suites reflètera fidèlement l'équation récurrente.

On passera d'une suite-dragon à la courbe correspondante par l'interprétation (adaptée à la manipulation d'un traceur de courbes) :

- 1 $\leftarrow\text{---}\rightarrow$ tourner à gauche par rapport à l'orientation précédente
- 0 $\leftarrow\text{---}\rightarrow$ tourner à droite.

exemple : cf figure 1. Il est clair que chaque courbe d'ordre n comprendra 2 répliques de la courbe d'ordre n-1.

PROGRAMMATION

Le programme comportera deux parties logiquement distinctes :

1/ génération de la suite-dragon d'ordre n

2/ génération d'ordres de tracé des éléments de la courbe correspondante.

La première partie n'offrant aucune difficulté, on décrira un peu plus précisément la seconde.

Il est clair qu'à chaque étape le traceur aura une des quatre orientations N E S O (cf figure 2). On aura donc un automate fini à 4 états, prenant ses entrées sur la suite-dragon, et de fonction de transition

$$\{0,1\} \times \{N,E,S,O\} \xrightarrow{0} \{N,E,S,O\}$$

et dont voici la table : (cf aussi figure 3)

	I	O
N	O	E
E	N	S
S	E	O
O	S	N

On disposera d'autre part d'une table traçante BENSON 121 de caractéristiques :

- largeur utile (axe des Y) : 73 cm
- pas du tracé : 0,01 cm
- vitesse du tracé : 900 pas/seconde
- mouvement de la plume : 25 ms

Les déplacements dans le sens de l'axe des X sont obtenus par déplacement du papier, et dans le sens de l'axe des Y par déplacements de la plume perpendiculaires au sens de déroulement du papier (cf figure 4).

Pour garder apparente la formation de la courbe, on ne considérera pas le changement d'orientation comme strictement perpendiculaire, mais on le fera précéder d'un segment oblique (cf figure 5). Les proportions des segments orthogonaux X et obliques D seront livrées en données par l'utilisateur.

On représentera un déplacement de la plume à partir de la position courante par un couple de réels (X,Y) : déplacement donc relatif. On aura alors la nouvelle table de transition de l'automate (ici avec les valeurs particulières D = (.2) et X = (.6)) que l'on peut voir en figure 6.

On utilisera les sous-routines standard de tracé de courbes :

SUBR SCALF (X_s,Y_s,X_o,Y_o) : redéfinition d'échelle et d'origine sans déplacement effectif de la plume et/ou du papier. X_s et Y_s définissent la longueur du trait unitaire selon l'axe des X,Y. X_o et Y_o définissent la valeur en X,Y du point-origine des coordonnées par rapport à la position courante de la plume.

remarque : CALL SCALF (X_s,Y_s,0.,0.) donne donc comme nouvelle origine la position courante de la plume.

SUBR FPLOT (I,X_n,Y_n) : déplacement effectif de la plume et/ou du papier selon le mode I. La plume se déplace de la position courante à la position de coordonnées X_n,Y_n avec :

si I = 0 conservation du mode courant

si I positif, lever ou baisser avant mouvement

si I négatif lever ou baisser après mouvement

si I impair, lever la plume

si I pair, baisser la plume

Avec ces indications, la lecture du programme écrit en FORTRAN IV pour IBM 1130 n'offre plus guère de difficultés. Le programme principal recevra en données :

- ORDRE de la suite dragon
- ECHL échelle du trait (longueur du trait unitaire)
- X et D vide supra.

et fabriquera dans le tableau INPUT la suite-dragon d'ordre ORDRE ($\in [1,14]$).

MAX DIMENSION INPUT = $2^{14}-1$.

Voici le code des états-orientations de l'automate : 1N 2E 3S 4Ø

L'identificateur ISTAT spécifie l'état courant. On a l'état initial ISTAT = 1 (Nord).

L'automate de tracé prendra alors ses entrées dans INPUT par l'appel de la SUBR TRACR d'argument = élément courant de la suite-dragon.

La SUBR SOUTR effectue le tracé réel avec remise à jour de la nouvelle origine des coordonnées. Elle reçoit en arguments :

- l'état suivant I de l'automate
- le premier couple (A,B) spécifiant le segment oblique D
- le second couple (C,D) spécifiant le segment orthogonal X

SOUTR par deux fois redéfinit l'origine et effectue le tracé, puis redéfinit l'état courant ISTAT.

La SUBR TRACR(INPUT) ne représente rien d'autre que la table de la fonction de transition de l'automate.

CONCLUSION

"IL FAUT APPLIQUER SANS HESITATION A TOUS LES DRAGONS DE CETTE ESPECE LE
TRAITEMENT QU'ILS MERITENT."

MAO TSE TOUNG (1949)
Oeuvres choisies de Mao Tse-toung
Tome IV, Editions de Pekin.

**

Nous prendrons ici l'occasion de remercier M. Claude PINGEON, directeur du Centre de Calcul de l'ENPC pour son obligeance et l'intérêt qu'il marqua, à chaque instant, pour nos travaux.

P.G. et H.P.

FIGURE 1

ORDRE	SUITE	COURBE
1	1	∨
2	110	5
3	110110	3 5
4	1101101100100	5 3 5
5	11011011001001 1101100100100	5 3 5 3 5

Figure 2

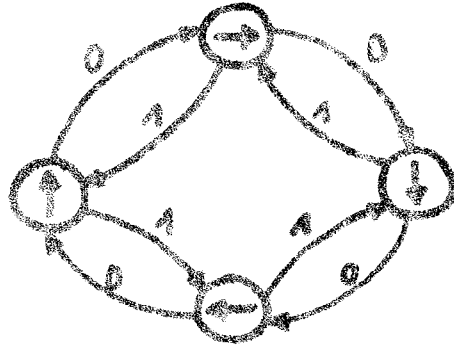
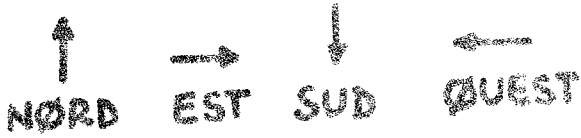


Figure 3

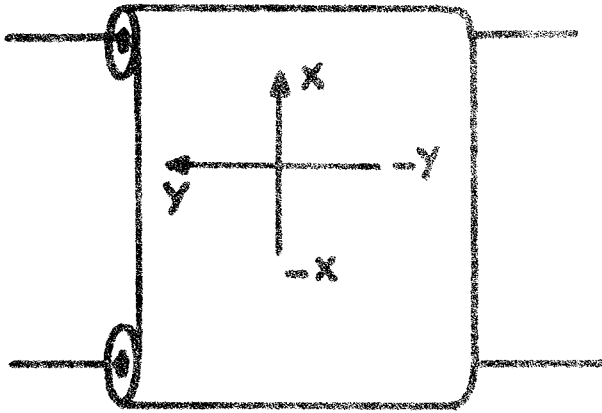
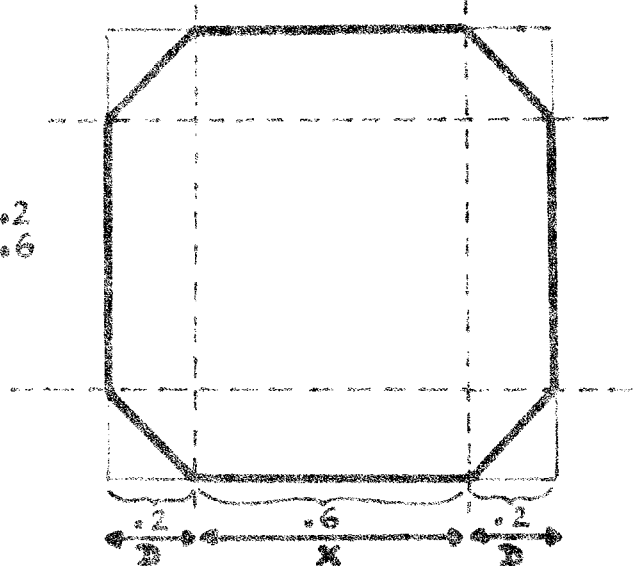


Figure 4

Fig. 5 MAILLE DE TRACÉ

$D = .2$
 $X = .6$



	N	E	S	Ø
1	(.2, .2) Ø (0., .6) Ø	(.2, -.2) N (.6, 0.) N	(-.2, -.2) E (0., -.6) E	(-.2, .2) S (-.6, 0.) S
0	(.2, -.2) E (0., -.6) E	(-.2, -.2) S (-.6, 0.) S	(-.2, .2) Ø (0., .6) Ø	(.2, .2) N (.6, 0.) N

Figure 6

```
*****  
*                                     *  
*           COURBE DRAGON TRACEUR     *  
*                                     *  
*****
```

```
SUBROUTINE SOUTR(I,A,B,C,D)  
COMMON ECHL, ISTAT  
CALL SCALF(ECHL,ECHL,0.,0.)  
CALL FPLOTT(2,A,B)  
CALL SCALF(ECHL,ECHL,0.,0.)  
CALL FPLOTT(2,C,D)  
ISTAT=I  
RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE TRACR(INPUT)  
COMMON ECHL, ISTAT, X, D  
Z=0.  
IB=INPUT+1  
GOTO(1,2,3,4), ISTAT
```

```
C  
1   GOTO(11,10), IB  
11  CALL SOUTR(4,D,D,Z,X)  
    RETURN  
12  CALL SOUTR(2,D,-D,Z,-X)  
    RETURN  
C  
2   GOTO(21,20), IB  
21  CALL SOUTR(1,D,-D,X,Z)  
    RETURN  
20  CALL SOUTR(3,-D,-D,-X,Z)  
    RETURN  
C  
3   GOTO(31,30), IB  
31  CALL SOUTR(2,-D,-D,Z,-X)  
    RETURN  
30  CALL SOUTR(4,-D,D,Z,X)  
    RETURN  
C  
4   GOTO(41,40), IB  
41  CALL SOUTR(3,-D,D,-X,Z)  
    RETURN  
40  CALL SOUTR(1,D,D,X,Z)  
    RETURN  
END
```

```
C          PROGRAMME PRINCIPAL
INTEGER ORDRE
DIMENSION INPUT(16383)
COMMON ECHL, ISTAT, X, D
C
1  READ(2, 100)ORDRE, ECHL, X, D.
   IF(ORDRE)9, 9, 2
2  IF(ORDRE-14)3, 3, 9
C
C          GENERATION DE LA SUITE DRAGON
3  I=0
   NB=1
   DO 6 II=1, ORDRE
   NB=NB**2
   I=I+1
   INPUT(I)=1
   J=I
4  J=J-1
   IF(J)6, 6, 5
5  I=I+1
   INPUT(I)=1-INPUT(J)
   GOTO 4
6  CONTINUE
   NB=NB-1
C
   ISTAT=1
   DO 8 J=1, NB
8  CALL TRACR(INPUT(J))
   PAUSE
   GOTO 1
9  CALL EXIT
C
100 FORMAT(I3, 3F5.2)
END
```

